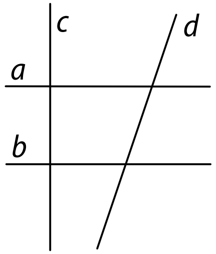
Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике
ученика основних школа
28.02.2021.

III разред

1. Погледај слику па одговори на следећа питања:
а) Колико правих је дато на слици (наведи их)?
б) Наведи све парове паралелни правих.
в) Наведи све парове нормалних правих.



2. Запиши све бројеве друге стотине чија је цифра јединица за један већа од цифре стотина.

3. Прецртај слику на папир који ћеш предати и попуни квадрат бројевима тако да он постане магичан.

	14	
8	21	

4. Од цифара 2, 3, 4, 5 и 6 састави један троцифрен и један двоцифрен број тако да је:
а) њихов збир 479;
б) њихова разлика 459.

5. Најмањи троцифрени број чији је збир цифара 21 одузми од највећег троцифреног броја чији је производ цифара 12.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

III РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 53/5**) а) Четири праве: a, b, c, d [**6 поена**].
б) $a \parallel b$ [**6 поена**].
в) $a \perp c$, $b \perp c$ [**8 поена**].

2. (**МЛ 54/1**) 102, 112, 122, 132, 142, 152, 162, 172, 182, 192 [Сваки тачно записан број **по 2 поена**].

3. [Сваки тачно уписан број **по 3 поена**. Ако је цео магични квадрат добро попуњен 20 поена.]

15	**7**	**20**
19	14	**9**
8	21	**13**

4. а) 456 + 23 = 479, 453 + 26 = 479, 423 + 56 = 479, 426 + 53 = 479 [за било које тачно решење **10 поена**].
б) 523 – 64 = 459 [**10 поена**].

5. Најмањи троцифрени број чији је збир цифара 21 је број 399 [**8 поена**]. Највећи троцифрени број чији је производ цифара 12 је број 621 [**8 поена**]. Њихова разлика је 621 – 399 = 222 [**4 поена**].

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике
ученика основних школа
28.02.2021.

IV разред

1. Поређај по величини, од најкраће до најдуже, дужи чије су дужине: 35 cm, 2 dm и 400 mm.

2. Збир умањеника, умањиоца и разлике износи 4 044. Разлика је већа од умањиоца за 2 020. Израчунај умањеник, умањилац и разлику.

3. Одреди два броја чији је збир 2 020, ако је $\frac{1}{6}$ већег броја једнака $\frac{1}{4}$ мањег броја.

4. За колико се смањи страница квадрата, ако се његов обим смањи за 100 cm?

5. Уређај за штампање карата за биоскоп на карти увек штампа 4 цифре за број карте. Ако је број карте једноцифрен, двоцифрен или троцифрен, испред броја карте додаје одређени број нула. На пример, карта са бројем 5 исписује се као 0005, а карта са бројем 84 као 0084. Колико нула штампач одштампа за карте од редног броја 1 до редног броја 212?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

IV РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 55/1**) Како је 35 cm = 350 mm [**5 поена**] и 2 dm = 200 mm [**5 поена**], то је 2 dm < 35 cm < 400 mm [**10 поена**].

2. (**МЛ 54/5**) Означимо са a, b, c, редом, умањеник, умањилац и разлику. Збир умањиоца и разлике је једнак умањенику, па је збир умањеника, умањиоца и разлике заправо једнак двоструком умањенику: $a + b + c = a + (b + c) = a + a = 2 \cdot a = 4\,044$. Одавде добијамо да је умањеник 2 022 [**10 поена**]. Како је збир разлике и умањиоца 2 022 и како је $c = b + 2\,020$, онда је умањилац 1 [**5 поена**] и разлика 2 021 [**5 поена**].

3. (**МЛ 54/5**) Ако шестину већег броја означимо са x, онда се већи број састоји од шест таквих делова. Четвртина мањег броја је такође x, па се мањи број састоји од четири таква дела. Збир ова два броја се састоји од десет таквих делова, па је $10 \cdot x = 2\,020$, одакле је $x = 202$ [**6 поена**]. Већи број је $6 \cdot 202 = 1\,212$ [**7 поена**], а мањи број $4 \cdot 202 = 808$ [**7 поена**].

4. Ако се обим смањио за 100 cm, страница квадрата се смањи за 100 cm : 4 = 25 cm [**20 поена**].

5. Када се штампају бројеви од 1 до 212, прва цифра је увек 0, па су онда одштампане 212 нуле [**3 поена**]. Као друга цифра, 0 се штампа за бројеве од 1 до 99, дакле 99 пута [**5 поена**]. Као трећа цифра 0 се код једноцифрених бројева штампа 9 пута, а затим још по 20 пута (од 100 до 109 и од 200 до 209). Дакле, укупно 29 пута као трећа цифра [**5 поена**]. Као четврта цифра 0 се јавља код свих десетица до 212, тј. укупно 21 пут [**5 поена**]. Дакле, 0 се укупно одштампа $212 + 99 + 29 + 21 = 361$ пут [**2 поена**].

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике
ученика основних школа
28.02.2021.

V разред

1. Дато је 6 тачака међу којима никоје три нису колинеарне тачке. Колико:
а) дужи;
б) троуглова
је одређено овим тачкама?

2. Дати су скупови:

$$A = \{n \in N \mid n < 2\,021 \text{ и } 7 \mid n\}, \qquad B = \{n \in N \mid n < 2\,021 \text{ и } 21 \mid n\},$$
$$C = \{n \in N \mid n < 2\,021 \text{ и } 84 \mid n\}.$$

Одреди број елемената скупа $A \setminus (B \setminus C)$.

3. Ана је замислила четвороцифрен број. Лана је том броју обрисала цифру јединица и када је троцифрени број, који је преостао, помножила обрисаном цифром добила је 2020. Који број је Ана могла да замисли?

4. Одредити разлику најмањег непарног четвороцифреног броја чији је збир цифара 4 и највећег парног троцифреног броја чији је производ цифара 16.

5. Шта може да буде пресек две полуправе? За сваки од случајева скицирај по један пример.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

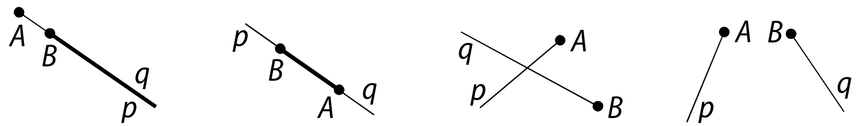
1. (**МЛ 54/1**) а) 15 дужи [**10 поена**]; б) 20 троуглова [**10 поена**].

2. (**МЛ 54/1**) Скуп A = {7, 14, 21, ..., 2 016} има 288 елемената [**3 поена**]. Скуп B = {21, 42, 63, ..., 2 016} има 96 чланова [**3 поена**], а скуп C = {84, 168, 252, ..., 2 016} има 24 елемента [**3 поена**]. Скуп B \ C има 96 – 24 = 72 елемента [**5 поена**], а скуп A \ (B \ C) има 288 – 72 = 216 елемената [**6 поена**].

3. Једноцифрени делиоци броја 2 020 су: 1, 2, 4 и 5 [**2 поена**]. Производи 2 020 · 1 и 1 010 · 2 не узимамо у разматрање јер 2 020 и 1 010 нису троцифрени бројеви, па постоје две могућности: 404 · 5 = 2 020 [**4 поена**] и 505 · 4 = 2 020 [**4 поена**]. Број који је Ана могла да замисли је 4 045 [**5 поена**] или 5 054 [**5 поена**].

4. Најмањи непаран четвороцифрени број чији је збир цифара 4 је 1 003 [**8 поена**], а највећи паран троцифрени број чији је производ цифара 16 је 812 [**10 поена**]. Њихова разлика је 1 003 – 812 = 191 [**2 поена**].

5. Пресек две полуправе *Ap* и *Bq* може да буде:
а) полуправа; б) дуж; в) тачка; г) празан скуп



[Сваки тачно наведени пресек по 2 поена. Свака тачно нацртана слика по 3 поена.]

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике
ученика основних школа
28.02.2021.

VI разред

1. Израчунај вредност израза:
а) $a-(b-c)$; б) $a-b+c$,
ако је: $a=-5+1$, $b=-6-1$, $c=|-7|$.

2. Троугао ABC је једнакокраки при чему је $AC = BC$. Тачка D је средиште основице AB. Обим троугла ABC је 50 cm, а обим троугла ADC је 40 cm. Израчунај дужину дужи CD.

3. Петар је добио кутију пуну бомбона. Првог дана је појео четвртину бомбона, а другог дана четвртину остатка. Колико бомбона је Петар добио ако је на крају другог дана остало 9 бомбона?

4. Дужина две странице троугла ABC је $a = 5{,}6$ cm и $b = 12{,}8$ cm. Одреди:
а) најмању; б) највећу
вредност обима троугла ABC ако је дужина треће странице цео број центиметара.

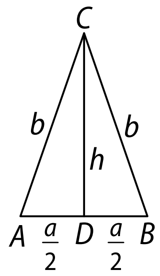
5. Одреди све просте бројеве мање од 1000 чији је збир цифара 4.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VI РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 54/1**) Како је $a=-4$, $b=-7$, $c=7$ [**6 поена**], то је:
а) $a-(b-c)=10$ [**7 поена**]; б) $a-b+c=10$ [**7 поена**].



2. Означимо $AD=DB=\frac{a}{2}$, $AC=BC=b$ и $CD=h$. Како је $a+2b=50$, то је $\frac{a}{2}+b=25$ [**10 поена**]. Из $\frac{a}{2}+b+h=40$ cm, следи $h = 40$ cm $- 25$ cm $= 15$ cm [**10 поена**].

3. Означимо број бомбона које је Петар добио са x. Првог дана Петар је појео $\frac{1}{4}x$ бомбона, а другог $\frac{1}{4}\left(x-\frac{x}{4}\right)=\frac{3}{16}x$ [**5 поена**]. Из услова $\frac{1}{4}x+\frac{3}{16}x+9=x$ [**5 поена**] налазимо $x = 16$ [**10 поена**].

4. (**МЛ 55/1**) Како је $b-a<c<a+b$ [**5 поена**], то је $7{,}2<c<18{,}4$ [**2 поена**], па је $8\le c\le 18$ [**3 поена**]. Обим је минималан када је $c = 8$ cm и то $O = 26{,}4$ cm [**5 поена**], а максималан када је $c = 18$ cm и то $O = 36{,}4$ cm [**5 поена**].

5. Како се ради о простим бројевима, њихова последња цифра мора бити непарна [**5 поена**]. Постоје два двоцифрена броја са овим својством: 13 и 31 [**5 поена**]. Од четири троцифрена броја чији је збир цифара једнак 4, а последња цифра непарна: 103, 121, 211, 301 [**5 поена**], два су сложена $121 = 11\cdot 11$ и $301 = 7\cdot 43$, па су прости само 103 и 211 [**5 поена**].

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

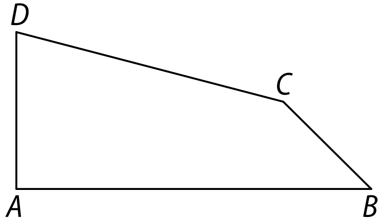
Општинско такмичење из математике
ученика основних школа
28.02.2021.

VII разред

1. У четвороуглу $ABCD$ (види слику) је:

$AB \perp AD$ и $\measuredangle ABC = 45°$.

Ако је $AB = 15$ cm, $BC = 3\sqrt{2}$ cm и $AD = 8$ cm, израчунај дужину странице CD.



2. Продавница у којој је Пера купио телевизор продаје само телевизоре код којих је размера дужине и ширине екрана једнака 7 : 4. Ако је дијагонала екрана Периног телевизора једнака $10\sqrt{65}$ cm, израчунај дужину и ширину екрана?

3. Никола је замислио један реалан број. Производ његовог квадрата и квадрата његове троструке вредности једнак је 36. Збир замишљеног броја и његове апсолутне вредности је 0. Одреди који је број замислио Никола.

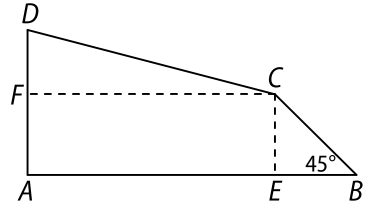
4. Цена зимског капута у две продавнице била је једнака. У једној продавници је повећана за 8%, а у другој је смањена за 8%. Колика је првобитна цена капута ако разлика те две цене износи 1 200 динара?

5. Дат је трапез чије су основице 50 cm и 14 cm, а краци 25 cm и 29 cm. Израчунај површину тог трапеза.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

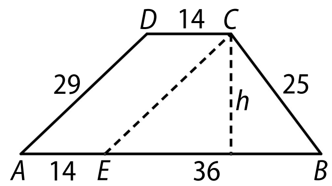


1. (**МЛ 55/1**) Нека је E подножје нормале из C на дуж AB. Како је $BC = 3\sqrt{2}$ cm, то је $EB = EC = 3$ cm [**5 поена**]. Тада је $AE = AB - EB = 12$ cm и $CF = AE = 12$ cm где је F подножје нормале из тачке C на страницу AD [**5 поена**]. Такође је $DF = DA - AF = DA - EC = 5$ cm [**5 поена**]. Сада имамо $DC = \sqrt{FC^2 + FD^2} = 13$ cm [**5 поена**].

2. (**МЛ 54/1**) Означимо дужину и ширину екрана са $7t$ и $4t$. Из $(7t)^2 + (4t)^2 = (10\sqrt{65})^2$, налазимо $t = 10$ cm [**15 поена**]. Дакле, дужина екрана је 70 cm, а ширина 40 cm [**5 поена**].

3. Из $x^2 \cdot (3x)^2 = 36$ [**5 поена**] налазимо $x^4 = 4$, $x^2 = 2$ [**5 поена**]. Како је $x + |x| = 0$, то је $x < 0$ [**5 поена**], па је $x = -\sqrt{2}$ [**5 поена**].

4. Означимо првобитну цену капута са x. Тада је $1{,}08x - 0{,}92x = 1\,200$ [**10 поена**], одакле је $0{,}16x = 1\,200$ [**5 поена**] и $x = 7\,500$ [**5 поена**].



5. Нека је E тачка основице AB таква да је $CE \parallel DA$. Тада је $AECD$ паралелограм, па је $EC = 29$ cm. Површину троугла EBC можемо израчунати Хероновим образцом (или на неки други начин), па је $P_{EBC} = 360\text{ cm}^2$ [**10 поена**]. Висина тог троугла $h = \dfrac{2P_{EBC}}{EB} = 20$ cm [**5 поена**] истовремено је и висина трапеза, па је тражена површина

$$P = \frac{50\text{ cm} + 14\text{ cm}}{2} \cdot 20\text{ cm} = 640\text{ cm}^2 \text{ [5 поена].}$$

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике
ученика основних школа
28.02.2021.

VIII разред

1. Реши једначину: $\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}x-1\right)-1\right)-1\right)-1=2.$

2. Ако се неки број подели другим бројем, добије се количник 2 и остатак 5. Ако се збир тих бројева подели њиховом разликом, добије се количник 2 и остатак 7. Колики је збир тих бројева?

3. Дате су дужи *AB* и *CD*. Дуж *AB* види се из тачака *C* и *D* под углом од 30°. Дуж *CD* види се из тачака *A* и *B* под углом од 60°. Израчунај дужину дужи *AB* ако је дужина дужи $CD=10\sqrt{3}$ cm.

4. Реши једначину $|x+|2x-|3x|||=2021$.

5. Паралелне праве *a* и *b* су мимоилазне са правом *c*. Тачке *A*, *B* и *C* припадају редом правим *a*, *b* и *c*. Колико највише равни одређују ове три праве и три тачке?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

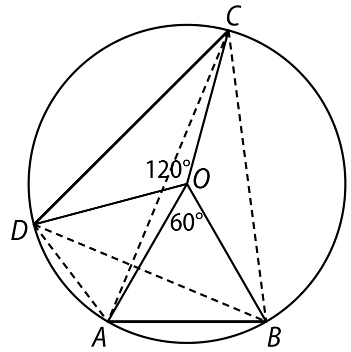
VIII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 54/1**) $x = 62$ [**20 поена**].

2. (**МЛ 54/5**) Означимо делилац са x. Тада је дељеник једнак $2x + 5$ [**6 поена**]. Збир ових бројева је $3x + 5$, а разлика $x + 5$, па важи $3x + 5 = 2(x + 5) + 7$ [**6 поена**]. Одавде је $x = 12$ [**6 поена**], па је тражени збир $3x + 5 = 41$ [**2 поена**].

3. Како се дуж *AB* види из тачака *C* и *D* под истим углом, то све четири тачке *A*, *B*, *C*, *D* припадају једној кружници [**5 поена**]. Централни углови AOB и COD су $\measuredangle AOB = 2\measuredangle ACB = 60°$ и $\measuredangle COD = 2\measuredangle CAD = 120°$, па је $AB = r$ и $CD = r\sqrt{3}$, где је r полупречник круга описаног око четвороугла *ABCD* [**10 поена**]. Из $r\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$, налазимо $AB = r = 10$ cm [**5 поена**].



4. Посматрајмо два случаја:
1°) $x \geq 0$. Једначина тада постаје $|x + |2x - 3x|| = 2021$, тј. $|x + x| = 2021$, одакле је $x=\frac{2021}{2}$ [**10 поена**].
2°) $x < 0$. Тада се добија $|x + |2x + 3x|| = 2021$, тј. $|x - 5x| = 2021$ и $-4x = 2021$, па је друго решење $x=-\frac{2021}{4}$ [**10 поена**].

5. Највише одређују 6 равни: $\alpha_1(a, b)$, $\alpha_2(a, C)$, $\alpha_3(b, C)$, $\alpha_4(A, c)$, $\alpha_5(B, c)$, $\alpha_6(A, B, C)$ [**по 3 поена** за сваку тачно записану раван. 20 поена ако су тачно наведене све равни].