Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

# ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

07.03.2009.

## VI РАЗРЕД

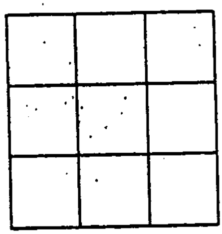
ОШ МРЧАЈЕВЦИ

1. Одреди три рационална броја која су мања од $-\frac{5}{12}$ и већа од $-\frac{1}{2}$, а којима су именилац и бројилац узајамно прости бројеви.

2. У троуглу $ABC$ ($AB>BC$) кроз тачке $A$ и $C$ конструисане су праве које су нормалне на симетралу угла $ABC$. Оне секу праве $BC$ и $AB$, редом, у тачкама $K$ и $M$. Израчунај дужину странице $AB$ ако је $KC = 5$cm и $MB = 8$cm.

3. Колико има природних бројева мањих од 2009 чији је производ цифара 42?

4. Дат је троугао чије су дужине страница цели бројеви (у центиметрима). Колики је најмањи, а колики највећи могући обим овог троугла ако је једна страница дужине 2009cm, а друга 2008cm?



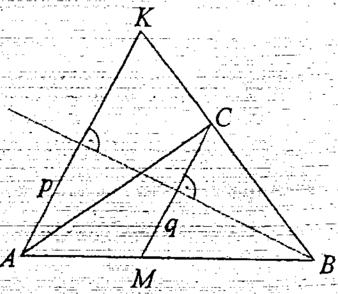
5. Да ли се у квадрат 3×3 (види слику) могу уписати бројеви из скупа $\{-1, 0, 1\}$ тако да збирови бројева по колонама, врстама и дијагоналама буду различити (свака два)?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

## РЕШЕЊА – VI РАЗРЕД

**1.** (ML, XLIII-4) Важи $-\frac{1}{2}<a<-\frac{5}{12}$. Проширимо разломке тако да имају једнаке имениоце. $-\frac{6}{12}<a<-\frac{5}{12}$ (*). Проширивањем разломака са 2 имамо $-\frac{12}{24}<a<-\frac{10}{24}$ па је $-\frac{11}{24}$ једно решење (**7 бодова**). Проширивањем неједнакости (*) за 3 добијамо решење $-\frac{17}{36}$ (**7 бодова**), а проширивањем са 4 и решење $-\frac{23}{48}$ (**6 бодова**).

**2.** (ML, XLI-3) Нека права $p$ садржи тачку $A$ и нормална је на симетралу $s$ угла $ABC$ и нека права $q$ садржи тачку $C$ и нормална је на симетралу $s$. Како права $p$ сече праву $BC$ у тачки $K$, то је троугао $ABK$ једнакокраки и $AB=BK$ (**6 бодова**). Слично права $q$ сече праву $AB$ у тачки $M$, па је троугао $BMC$ једнакокраки и $MB=BC$ (**6 бодова**). Следи да је




$$AB=BK=BC+CK=MB+CK=13\text{cm}$$ (**8 бодова**).

**3.** Двоцифрени бројеви чији је производ цифара 42 пишу се цифрама 6 и 7 и има их 2: 67 и 76 (**2 бода**). Троцифрени бројеви чији је производ цифара 42 пише се цифрама 1, 6, 7 или 2, 3, 7 и има их 12: 167, 176, 617, 671, 716, 761, 237, 273, 327, 372, 723, 732 (**9 бодова**). Четвороцифрени бројеви чији је производ цифара 42 пише се цифрама 1, 1, 6, 7 или 1, 2, 3, 7 и има их 12: 1167, 1176, 1617, 1671, 1716, 1761, 1237, 1273, 1327, 1372, 1723, 1732 (**9 бодова**). Дакле, укупно 26 бројева.

**4.** За трећу **страницу троугла $c$ важи $2009-2008<c<2009+2008$, односно $1<c<4017$ (10 бода). Најмањи обим је $O$=4019cm за $c=2$ cm (5 бодова), а највећи обим је $O$=8033cm за $c=4016$ cm (5 бодова).**

**5.** Могуће вредности збира три броја из скупа $\{-1, 0, 1\}$ иду од $-3$ до 3, тј. укупно 7 различитих вредности (**10 бодова**). Како у табелу морамо да упишемо 8 различитих вредности, закључујемо да је бројеве немогуће уписати на тражени начин (**10 бодова**).